

Цели изрази – задачи

20. Пресметнете числената стойност на израза:

a) $A = 5x - 2$ при $x = 0; -4; \frac{1}{10}; 0,2; -1\frac{1}{5}$;

b) $B = 2x^3 - (-x)^2 + x$ при $x = 1; -1; \frac{1}{2}$;

c) $\frac{6(3x)^2}{36(2x)^3}$ при $x = -9; 18; (-8)^{-1}; (-6)^{-1}$;

d) $\frac{(-x^2)^3}{4x^5(-x)^2}$ при $x = 1; 2^{-1}; 3; -2$;

e) $ax^3 - y^2$ при $a = 1000; x = 0,1; y = 1$.

21. Намерете най-голямата стойност на израза:

a) $4 - |2 - x|$;

b) $8 - |x|$.

22. Един молив струва x лв., а една химикалка – с 1,5 лева повече.

a) Колко струват 2 молива и 2 химикалки?

b) Ако $x = 70$ ст., намерете в левове цената на 2 молива и 2 химикалки.

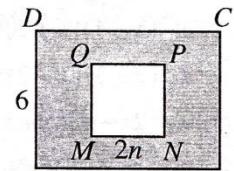
23. Сборът на две числа е 15. Едното число е x .

a) Съставете израз за произведението на числата.

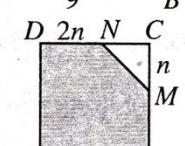
b) Пресметнете стойността на този израз за $x = 1\frac{1}{3}$.

24. Основата на равнобедрен триъгълник е 4,7 см. Ако бедрото е y см, запишете с помощта на израз периметъра на триъгълника и го намерете, ако $y = 1,15$ см.

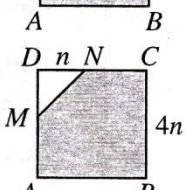
25. На дадената фигура четириъгълникът $ABCD$ е правоъгълник, а $MNPQ$ е квадрат. Ако мерната единица е сантиметър, запишете израз за определяне на лицето на затъмнената част и намерете това лице, ако $n = 3$.



26. На дадената фигура четириъгълникът $ABCD$ е квадрат, а $\triangle MNC$ е равнобедрен. Запишете израз за определяне на лицето на затъмнената част от фигурата и пресметнете това лице в cm^2 , ако $n = 2$ см.



27. На дадената фигура четириъгълникът $ABCD$ е квадрат, а $\triangle MND$ е равнобедрен. Запишете израз за определяне на лицето на затъмнената част от фигурата и пресметнете това лице в cm^2 , ако $n = 2$ см.



28. Ако a е ненулев параметър, то коефициентът и степента на едночлена $12a^2x^2yx\left(-\frac{5}{4}axy^2\right)$ са съответно равни на:

A) -15; десета;

B) $15a^3$; четвърта;

B) 15; седма;

Г) $-15a^3$; седма.

29. Намерете числената стойност на израза

$$A = (2xy)^3 + 3xy^2 \cdot 2xy - 5xy(xy)^2 + 2xy^2(-3xy) \text{ за } x = -\frac{1}{2} \text{ и } y = \frac{1}{3}.$$

30. Дадени са едночлените $u = -\frac{1}{2}x^2y$ и $v = -\frac{1}{2}xy$. Намерете нормалния вид на израза $u^2 : v^3$.

31. – 34. Приведете израза в многочлен в нормален вид.

31. а) $7a + 3a^2 - 12a + 3a^2$;

б) $-12a^3b^2 + 7a(ab)^2 - aba^2b - (3aab)(-2ab)$;

в) $x^2y + xyxy - 5xy^2 + 2xxy - 3x^2y^2$;

г) $3x + 2y - z + (x - 3y) - (4x - 2z)$;

д) $5 - 2x - (7 - x^2 + 2x) - (3x + 4)$;

е) $(3x + y)(-6)$;

ж) $y(x + y)$;

з) $7a^2b(a^2 - b^2)$.

32. а) $(4x^2 - 2xy + 5y^2)(-3x^2y^2)$;

б) $(6a + 2b) : 2$;

в) $(3a^3b^2 - 9ab^3 + 15ab) : 3ab$;

г) $(4xy^2 + 3x^2y^3 - 12x^2y^2) : (-xy^2)$;

д) $(x - 4)(x + 2)$;

е) $(x + 3)(x - 2)$;

ж) $(2x - 4)(x + 5)$;

з) $(-3x + 7)(x - 7)$.

33. а) $(x + 3)(3x^2 - 5x)$;

б) $(3a^2 - 2a)(2a^2 + 3a^3)$;

в) $(m^3 - 4m^2)(4m - m^2)$;

г) $(a + 2)(a^2 - 2a + 1)$;

д) $(2k - 1)(3k^2 - 2k + 3)$;

е) $(x^2 - xy + y^2)(x + y)$;

ж) $(4a^2 + 2ab + b^2)(2a - b)$;

з) $(x + y)(x + 3)(x - y)$.

34. а) $(x - 3)(x - 1) - (x + 1)(x + 3)$;

б) $3x - 2y(x + 1) + x(2y - 3)$;

- в) $3y(y-1)-(3y-2)(1-y)$;
- г) $(m-4)m-(m+2)(m-2)$;
- д) $(2x+1)(x-2)-(1-3x)(x+3)$;
- е) $3x(2x^2+x-1)-2x(x^3+x^2+2)-3$.
35. Даден е изразът $M = a(x^2 - 2) - (a+3x)(2x-1)$, където a е параметър. Да се представи M с нормален многочлен и да се намерят стойностите на a , за които многочленът:
- е от първа степен;
 - има равни коефициенти пред x^2 и x ;
 - при $x=1$ има стойност 0.
36. Даден е изразът $U = (a+1)x^2 - ax(2x-3) + 2$, където a е параметър. Да се представи U с нормален многочлен и да се намерят стойностите на a , за които многочленът:
- има коефициент 7 пред най-високата степен на x ;
 - не съдържа член от първа степен;
 - приема стойност 10 при $x=2$.
37. Намерете числената стойност на израза:
- а) $3\left(x-\frac{1}{3}y\right)^2 + \frac{(x-3y)^2}{3}$ при $x=-1, y=0$;
- б) $2\left(\frac{1}{2}a-2\right)^2 - \frac{(a-2)^2}{2}$ при $a=\frac{(-2)^5 \cdot 54}{-3^3}$.
38. Докажете, че стойността на израза $A = \left(\frac{x}{2}-1\right)\left(\frac{x}{2}+4\right) - \left(\frac{x}{2}+2\right)^2 + \frac{1}{2}x$ е константа за всяко x .
39. Намерете нормалния вид на многочлена, тъждествено равен на израза $B = (x-c)(x+2c) + (x-c+1)^2$. За коя стойност на параметъра c коефициентът на члена от 1 степен е -7 ?
40. Запишете в нормален вид израза.
- | | |
|---|-----------------------------|
| а) $(5-z)^2(5+z)^2$; | б) $(5x+5y)(7x-7y)$; |
| в) $(-5x-5y)(x-y)$; | г) $(-3x-3m)(-4m+4x)$; |
| д) $\left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{4}\right)$; | е) $(x-1)^2 - (x-1)(x+1)$; |
| ж) $(a^2 b^4 + 8z^6)(a^2 b^4 - 8z^6)$. | |
41. Намерете стойностите на израза $P = a(a-1) + (a+2)(2-a)$ за всички a , за които $a \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.
42. Сравнете стойностите на изразите 30^2 и $28 \cdot 32$

43. Намислих едно число. От него извадих 5. Получената разлика умножих със сбора на намисленото число с 5. Получих произведение, което:
- A) е по-малко от квадрата на намисленото число;
 - Б) е по-голямо от квадрата на намисленото число;
 - В) е равно на квадрата на намисленото число;
 - Г) не може да се сравни с квадрата на намисленото число.
44. За кои изрази A и B равенството е тъждество?
- $(A-7x)(A+7x) = 64 - 49x^2$
 - $(8m+6k^2)(8m-6k^2) = 64m^2 - A$
 - $(3m-A)(3m+A) = B - 16p^4$
45. Запишете израз A в нормален вид, такъв че стойностите на израза M да не зависят от x .
- $M = 4(0,5x-2)(0,5x+2) - (x-1)^2 + A$;
 - $M = (1,2x+2,5)(1,2x-2,5) - \frac{2}{5}(0,6x-1,5)^2 - A$.
46. Кой израз трябва да се добави към израза $(a+b)(a-b)$, за да се получи $(a+b)(b-a)$?
47. Намерете стойностите на израза $M = (a-b)(a+b) - b(a-b) - a^2$ за всички a и b , за които $a \in \{1; 2\}$, $b \in \{5; 6\}$.
48. За хипотенузата c и катета a на правоъгълен триъгълник е изпълнено $(c-a)(c+a) = 49 \text{ cm}^2$. Ако лицето на триъгълника е 84 cm^2 , намерете периметъра му.
49. Намерете стойността на израза $3,6 + (0,6+x)(x-0,6) - 2x^2$ при $x = 1,8$.
50. Да се представи с нормален многочлен изразът:
- $(x+2)^3 - (2x-1)^2$;
 - $(x+3)^2 - (2x-1)^3$;
 - $(3x-1)^3 + (-3x-1)^3$;
 - $(x-2)^3 - (4x-2)^2$.
51. Намерете числената стойност на израза:
- $\left(x+\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3}{2}x\left(x+\frac{1}{2}\right)$ при $x = -\frac{1}{2}$;
 - $(3x-1)^3 - 2x(3x+2)^2 + x^2(15-9x)$ при $x = -\frac{1}{3}$.
52. За коя стойност на x стойностите на двата израза са равни?
- $(x+2)^3 - x(x-2)(x+2)$ и $2(4+3x^2)$;
 - $\left(x-\frac{1}{3}\right)^3 - x^2(x-1)$ и $\frac{7x}{9} + \frac{26}{27}$;

в) $(x-2)(3x-1)+(-x-1)^3$ и $x(2-x^2)-35$.

53. Да се реши уравнението:

- а) $(x+1)^3 - 3x(x-3) = x^3$;
б) $(x-1)^3 + 3x(x-2) = x^3 - 3$;
в) $(x+2)^3 - (x-2)^3 = 3(2x-1)^2$;
г) $(x+2)^3 - x(x+3)(x-3) = 6x(x+3)$.

54. Опростете израза:

- а) $(a+b-c)(a-b-c)$;
б) $(3x+2y-4)(3x+2y+4)$;
в) $(3x-1)(3x+1) - 5(x-1)^2 + 6 - 2x$;
г) $(x-1)^2 + (3x-1)(3x+1) + 4x$;
д) $(a^2 + 2)^2 - (a-2)(a^2 + 4)(a+2)$;
е) $\left(\frac{b}{3} - \frac{3}{4}\right)^2 - \left(-\frac{3}{4} + \frac{b}{3}\right)\left(\frac{b}{3} + \frac{3}{4}\right)$;
ж) $x(x-3)^2 - (x-1)^3$;
з) $(x+2)^3 + (2x-3+y)^2 - (-y+3)^2 + (-x-2)^3$.

55. Намерете числената стойност на израза:

- а) $a(a+3)(a-3) - (a-1)(a^2+a+1)$ при $a = \left(-\frac{1}{3}\right)^2$;
б) $(3x-2)^2 - (3x-1)(3x+1)$;
в) $(x^2-1)^2 - (x^2-1)(x^2+1) - (2x^2+1)$;
г) $(y+2)(y^2-2y+4) - (y+1)^3 + 3(y-1)^2$ при $y = \frac{1}{9}$;
д) $(3y-x)^2 + 2(x-3y)(3y+x) + (-x-3y)^2$;
е) $x(x-1)(x+1) + (-x-1)^3$ при $x = (-1)^{101}$.

56. Пресметнете по рационален начин:

- а) 38.42;
б) 103^2 ;
в) $3,75^2 - 1,25^2$;
г) $2019^2 - 2 \cdot 2019 \cdot 2018 + 2018^2$;
д) $6,5^2 + 13 \cdot 4,5 + 4,5^2$;
е) $67^2 + 62^2 - 124 \cdot 67 - 36$;
ж) $\frac{68^2 - 68 \cdot 32 + 32^2}{68^3 + 32^3}$.

- 57.** Ако x и y са корените съответно на уравненията $14 - x(-1 - x) = (x + 3)^2$ и $3 - \frac{(1 - y)^2}{4} = -\frac{1}{4}(-y - 1)^2$, намерете стойността на израза:
- $x^2 + 2xy + y^2$;
 - $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$;
 - $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$.
- 58.** За коя стойност на x изразите $\left(\frac{1}{2} + x\right)\left(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) - \left(x - \frac{1}{2}\right)^3$ и $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}(x - 1)^2$ са равни?
- 59.** Даден е изразът $A = \left(\frac{x}{4} - \frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3} + \frac{x}{4}\right)\left(\frac{x}{4} + \frac{1}{3}\right)$.
- Приведете A в нормален вид.
 - Решете уравнението $A = \frac{(-3)^5 \cdot 6^2}{(-9)^4}$.
- 60.** Ако $a + b = 10$ и $a - b = 2$, намерете:
- $a^2 - b^2$;
 - $a^2 + b^2 + 2ab - 20$;
 - $a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 9$.
- 61.** Ако $x - y = 3$ и $xy = -1$, намерете:
- $x^2 + y^2$;
 - $x^3 - y^3$.
- 62.** Ако $x + \frac{1}{x} = -3$, намерете:
- $x^2 + \frac{1}{x^2}$;
 - $x^3 + \frac{1}{x^3}$.
- 63.** Ако $a = b - 8$ и $3b = 12 - 3a$, колко е стойността на израза $a^2 - b^2$?
- 64.** Коя е най-малката стойност на израза:
- $(3x + 4y)^2 + 2(3x + 4y)(x - 4y) + (4y - x)^2$;
 - $(x + 2)^3 - 3x\left(4 + \frac{x^2}{3}\right) + (3 - x)(x + 3)$;
 - $(x + 1)^3 - (x - 2)(x^2 + 2x + 4) - 3x$.
- 65.** Коя е най-голямата стойност на израза:
- $(2x + 5)(5 - 2x) + 3(x - 1)^2 + 6x$;
 - $(x - 3)^3 - 3x\left(\frac{x^2}{3} + 9\right) - (x - 6)(x + 6)$;
 - $(x + 4)(x^2 - 4x + 16) - x(x^2 + x)$.
- 66.** Докажете, че стойностите на израза $(x - 1)(x^2 + x + 1) - x(7x + 1) - (x - 1)^3 + (-2x - 1)^2$ не зависят от променливата x .

- 67.** Докажете, че изразът $(2+x)^2 - 2(x-2)(x+2) + (2-x)^2$ приема само положителни стойности за всяка стойност на променливата.
- 68.** Докажете, че за всяка стойност на променливата изразът $(x-2)(x+2)(x^2-2x+4)(x^2+2x+4) - (x^6-64)$ е тъждествено равен на 0.
- 69.** Докажете тъждеството $\left(\frac{1}{3}-a\right)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}a+a^2\right)+a(a-1)^2+2a\left(a-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{27}$.
- 70.** Даден е правоъгълен триъгълник, единият катет на който е 3 см, а хипотенузата му е с 1 см по-голяма от другия катет. Намерете периметъра и лицето на триъгълника.
- 71.** Изнесете пред скоби общия множител от израза:
- $-8x^3y^2 + 16x^8y^7 + 20x^5y$;
 - $-8x^2y^4 + 12x^5y^2 - 16x^4y^2$;
 - $6(a-b) + 3(a-b)^2 - 9(b-a)^3$.
- 72.** Разложете на множители:
- $3x^2 - 7x^3$;
 - $\frac{3}{5}ax^2 - 2\frac{2}{5}a^2x^3$;
 - $(2x-y)^3 - (y-2x)^2$;
 - $2a(x-3) + 3b(3-x) + 4(x-3)$;
 - $(a-b)x - a + b$;
 - $2(3-b)ab^2 + ab(b-3)^2$.
- 73.** Намерете числената стойност на израза $(x-3)(x+4) + (3-x)(x+5)$ за $x = 4,65$.
- 74.** Представете израза като произведение на два многочлена.
- $100x^6 - 121y^4$;
 - $225a^8 - (16a^4 - 13)^2$;
 - $\left(\frac{1}{4}x - 6\right)^2 - 9\left(\frac{5}{12}x + 2\right)^2$;
 - $0,16\left(5 - \frac{x}{2}\right)^2 - 0,49\left(\frac{x}{14} - 1\right)^2$;
 - $(x+y)^2 - 2(x+y) + 1$;
 - $(x-1)^2 + 2(x+2)(x-1) + (x+2)^2$;
 - $1000 + \frac{6}{5}a^2 + \frac{a^3}{125} + 60a$;
 - $\frac{x^6}{216} - 27y^{15}$;
 - $\frac{a^{12}}{343} + 64b^{18}$;
 - $(x-1)^3 - 3(x-1)^2(2x+1) + 3(x-1)(2x+1)^2 - (2x+1)^3$.
- 75.** Докажете, че изразът:
- $16x^4y^4 - 56x^2y^2 + 49$ се дели на $4x^2y^2 - 7$;
 - $(8n-1)^2 - (2n+1)^2$ за всяко естествено число n се дели на 20;
 - $(13n+5)^2 - (3n-5)^2$ за всяко естествено число n се дели на 320.

76. Дадени са многочлените $A = x^3 + 3xy - x^2y - 3y^2$ и $B = 3x^3 - 2x^2y + x^2z + 9xy - 6y^2 + 3yz$.
- Разложете A и B на множители.
 - Намерете стойността на дробта $\frac{A}{B}$, ако $x - y = \frac{5}{2}$ и $x + z = \frac{2^3 \cdot 6^{-4}}{9^{-2}}$.
77. Даден е многочленът $M = m^3n + mn^3 - 2m^2n^2 + 3m^2 + 3n^2 - 6mn$.
- Докажете, че ако m и n са числа с еднакви знаци, многочленът M приема неотрицателни стойности.
 - Ако $mn + 3 = 16$, представете M като двучлен на квадрат.
78. Разложете на множители израза $(2a+5b)(3x-8y)+(8y-3x)(a-b)+ax+6bx$ и намерете стойността му, ако $a+6b=5^{-2}$ и $x-2y=1,25$.
79. Разложете на множители израза:
- $2a(4x-5y)+b(4x-5y)-2a-b$;
 - $6am-9mn-2a(m+7)+3n(m+7)$.
80. Разложете на множители:
- $a^2 + 6a + 9 + 2(a+3)$;
 - $3a - 1 - (9a^2 - 6a + 1)$;
 - $3(x-2)^2 - 27$;
 - $32 - 2(2a+1)^2$.
81. Разложете на множители:
- $121 - x^2 - y^2 + 2xy$;
 - $49 - a^2 - 4b^2 + 4ab$;
 - $(n+5)^3 - 36(n+5)$;
 - $49(x+1) - (x+1)^3$.
82. Разложете на множители:
- $3x^2 - 18xy + 27y^2 - 12$;
 - $x^3y^3 - x^3y - xy^3 + xy$;
 - $3x^3 + x^2 - 12x - 4$;
 - $x^3 - 2x^2 - x + 2$.
83. Разложете квадратния тричлен на множители чрез групиране:
- $x^2 - 4x + 3$;
 - $x^2 + 9x + 18$;
 - $3x^2 - 7x + 4$;
 - $6x^2 + 13x + 7$.
84. Разложете квадратния тричлен чрез отделяне на точен квадрат:
- $x^2 - 6x + 8$;
 - $x^2 + 10x + 21$;
 - $4x^2 + 4x - 8$;
 - $9x^2 - 12x + 3$.
85. Намерете най-малката стойност на израза и стойността на x , при която тя се достига:
- $x^2 - 2x + 6$;
 - $x^2 - 8x + 11$.
86. Намерете най-голямата стойност на израза и стойността на x , при която тя се достига:
- $7 - 2x - x^2$;
 - $-x^2 + 10x - 24$.

- 87.** а) Ако $16a^2 - 40a + 9 + 6b + b^2 + 25 = 0$, то колко е стойността на израза $4a + b$?
 б) Ако $9a^2 + 6ab + 2b^2 - 6b + 9 = 0$, то колко е стойността на израза $2a^2 + b$?
- 88.** Дадени са многочлените $A = x^3 + x^2 - 4x - 4$, $B = x^3 + 4x^2 + 3x$ и $C = B - A$.
 а) Разложете на множители A , B и C .
 б) Намерете числената стойност на израза C , ако $x = \frac{2^9 - 2^7}{(-2)^5 \cdot 12}$.
- 89.** Представете като двучлен на квадрат:
 а) $16 - 8(a-2) + (a-2)^2$;
 б) $(x-5)^2 - 6(x-5) + 9$.
- 90.** Да се докаже, че за всяка стойност на x и y изразът $(5x+3y)^2 + 2(5x+3y)(x-3y) + (3y-x)^2$ е точен квадрат.
- 91.** Да се докаже, че стойностите на израза не зависят от стойността на променливата x .
 а) $(x-2)^2 - (-x-3)(3-x) - \frac{4-16x}{4}$;
 б) $\left(\frac{1}{3}-x\right)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}x+x^2\right) + x(x-1)^2 + 2x\left(x-\frac{1}{2}\right)$.
- 92.** Да се пресметне стойността на израза $((2x-3)(4x^2+6x+9)+24)^2$ при $x = -\frac{1}{2}$.
- 93.** Да се докаже, че за всяка стойност на променливата x изразът $4x^2 - 4x + 8$ приема положителни стойности.
- 94.** Намерете за коя стойност на x изразът $x^2 + 6x + 12$ достига своята най-малка стойност. На колко е равна най-малката стойност на израза?
- 95.** Да се докаже тъждеството

$$(x-3)^3 - 3x\left(\frac{x^2}{3} + 9\right) - (x-5)(5+x) = -2(5x^2 + 1)$$
.
- 96.** Докажете, че за всяка цяла стойност на n стойността на израза:
 а) $n(3n-1) - 4(3n-1) - 5n + 20$ се дели на 3;
 б) $(n-1)^3 + 3n(n-1) - n + 1$ се дели на 6.
- 97.** Да се докаже, че разликата от квадратите на две последователни нечетни числа се дели на 8.
- 98.** Да се докаже, че многочленът $2a^2 + ab - b - 2$ се дели на двучлена $(a-1)$.
- 99.** На колко е равна сумата на всички кофициенти в нормалния вид на многочлена, тъждествен на израза
 $M = (x-1)(x+2)(x-3)(x+4)(x-5)(x+6)$?

100. Нека е в сила тъждеството $x^2 - 4x + 2 = (x-a)(x-b)$. Да се пресметне $a^2 + b^2$.

101. Ако $9x^2 - 24x + 4 + 4y + y^2 + 16 = 0$, намерете стойността на израза $3x + y$.

102. Ако $4x^2 + 4xy + 2y^2 - 2y + 1 = 0$, намерете стойността на израза $4x^2 + y$.

103. Ако $x^3 - y^3 = \frac{1}{5}$, колко е числената стойност на израза
 $V = (x-2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) + 4x^3 + 3y^3$?

104. Ако $\frac{x^3 - y^3}{x - y} = 6$ и $x^2 + y^2 = 3$, колко е $x \cdot y$?

105. Ако $x + y = 2$, то да се намери стойността на израза
 $x^4 + y^4 - x^3y^2 - x^2y^3 + 16xy$.

106. Ако $a - b = a^2 - b^2 = 5$, то да се намерят a и b .

107. Ако $a = b+1$ и $a^8 = b^8 + 10$, колко е числената стойност на израза
 $V = (a+b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)$?

108. Да се пресметне стойността на израза:

a)
$$\frac{(2009+1)(2009^2+1)(2009^4+1)}{2009^8-1};$$

б)
$$\frac{11.101.10001}{99\,999\,999}.$$